

## アルミ材 A6005 に向けた二軸引張り試験の実施と降伏関数の選定

機械電子科 船井 孝\* 岡田慶雄\*\* 是永宗祐\*\*\* 本多正計\*\*\*\*  
稲葉彩乃  
株式会社富士テクニカ宮津 久保田 信

## Biaxial Tensile Testing and Selection of Yield Functions for A6005 Aluminum Alloy

FUNAI Takashi, OKADA Yoshio, KORENAGA Sosuke  
HONDA Masakazu, INABA Ayano and KUBOTA Makoto

Weight reduction is essential in extending the cruising distance of EVs (Electric Vehicles), and there is a demand to replace the heavy steel used in car bodies with aluminum. Although simulations of aluminum material forming are unreliable due to anisotropy, recent studies have shown that the introduction of an anisotropic yield function improves accuracy. Therefore, in this study, yield function parameters for aluminum alloy A6005 were derived in three ways: (1) Hill's yield function considering only stress values from uniaxial/biaxial tensile tests, (2) Hill's yield function considering Lankford values of uniaxial tensile tests, and (3) Yld2000-2d considering stress values and Lankford values of uniaxial/biaxial tensile tests. Comparison showed that Yld2000-2d could simulate the stress values and plastic strain increments well.

Keywords : Hill, Yld2000-2d, A6005, Biaxial tensile testing

EV シフトの影響で自動車の軽量化が必須となり、車体に使われる素材を鉄鋼材からアルミ材に変更することが要求されている。アルミ材は異方性材料として知られており、一般的に実施されているヤング率、ポアソン比、加工硬化指数 (n 値)、ランクフォード値 (r 値) だけのプレス成形シミュレーションでは、良好な成形後の形状予測が困難であった。この問題を解決する手法として、二軸引張り試験結果に基づく降伏曲面の導入が挙げられる。本研究では、Hill および Yld2000-2d による 3 パターンの降伏曲面の導出を行い、アルミ材 A6005 の変形挙動を再現するのに適した降伏関数を検討した。その結果、Yld2000-2d が応力値、塑性ひずみ増分、ともに良好に再現できることを示した。

キーワード : ヒル、Yld2000-2d、A6005、二軸引張り試験

## 1 はじめに

日本政府は 2030 年代半ばに販売する全新車の電動化を表明している\*<sup>1</sup>。静岡県には EV シフトで不要となる部品の製造業が多く、県内産業への影響が全国で 2 番目に大きいとされる<sup>1)</sup>。将来的には約 1 兆 5 千億円の生産額減少という試算もあり、これは 2018 年の静岡県の自動車部品産業出荷額 (約 2 兆 9 千億円) の約半分である<sup>2)</sup>。他方、経

済産業省は DX (Digital Transformation) を推進しているため、当研究所も県内企業に DX 技術を普及する必要がある。

EV の航続距離は内燃機関の自動車の約半分程度であり、このことが普及の阻害要因となっている。航続距離延伸には電池の大容量化に加え、車体の軽量化が効果的であるため、軽量素材の導入が求められてきた。軽量素材の代表格であるアル

\* 現 工業技術研究所 工芸科 \*\* 現 工業技術研究所 ユニバーサルデザイン科 \*\*\* 退職

\*\*\*\* 現 工業技術研究所 企画調整部

\*1 経済産業省：自動車・蓄電池産業。

ミ材については、1990年代から高級スポーツカーなどの車体に使用されてきたが、その成形の難しさから、低価格帯の大衆車への導入は進んでいない。この問題を解決する手法として、DX技術であるプレス成形シミュレーションによる金型設計が挙げられる。この技術を導入することで、金型の設計段階で、対象となる材料がどのように成形されるかが予測できる。これにより、金型試作回数と成形TRY削減が可能となり、コスト削減とリードタイム短縮が期待できる。しかしながら、アルミ材のように異方性がある材料を対象とする場合、ヤング率、ポアソン比、加工硬化指数 ( $n$  値)、ランクフォード値 ( $r$  値) だけによるプレス成形シミュレーションでは、その変形を良好に再現することができなかつた。そのため、法線の方向が塑性ひずみ速度の方向と一致する異方性降伏関数の導入が必要となる。

本研究では、自動車のボディに使用されるアルミ材 A6005 を対象として、単軸引張り試験及び二軸引張り試験を実施した。これらの試験結果を Hill の二次降伏関数<sup>3)</sup>に適用し、フィッティング対象を「応力値のみ」、「応力値と単軸引張り試験の  $r$  値」とした場合の降伏曲面を導出した。また、応力値と  $r$  値を対象とした Yld2000-2d<sup>4)</sup>の降伏曲面も、併せて導出した。これらの降伏曲面が試験結果をどのように反映しているかを評価することで、アルミ材 A6005 の変形挙動を再現するのに適した異方性降伏関数を検討した。

## 2 方法

### 2.1 単軸引張り試験

自動車のボディに使用されるアルミ圧延材 A6005 のダンベル型引張り試験片を、圧延方向を 0 度として、0 度、45 度、90 度の方向で作製し、引張り試験を実施した。試験は、精密万能試験機 AGX-100kNV ((株) 島津製作所製) に、ビデオ式非接触伸び幅計 TRViewX を取り付けて実施した。ロードセルから得られた試験力を試験片の断面積で除算し、公称応力  $\sigma_{\theta, n}$  を算出した。ここで、 $\theta$  は圧延方向からの角度を示す。また、伸び幅計から、引張り方向と幅方向の公称ひずみ  $\varepsilon_{\theta, nl}$ 、 $\varepsilon_{\theta, mw}$  を取得した。得られた結果から、式(1)~(3)で真応力  $\sigma_{\theta, t}$ 、引張り方向の塑性ひずみ  $\varepsilon_{\theta, tl}^p$ 、幅方向の塑性

ひずみ  $\varepsilon_{\theta, tw}^p$  を算出した。ここで、 $E_{\theta, n}$ 、 $\nu_{\theta}$  はそれぞれ試験結果から算出したヤング率とポアソン比である。続いて、JIS Z2254:2008「薄板金属材料の塑性ひずみ比試験方法」に基づき、横軸を引張り方向の塑性ひずみ、縦軸を幅方向の塑性ひずみとしたグラフの勾配  $m_{\theta}$  を式(4)に代入し、各試験のランクフォード値  $r_{\theta, testing}$  を算出した。

$$\sigma_{\theta, t} = (\varepsilon_{\theta, nl} + 1)\sigma_{\theta, n} \quad (1)$$

$$\varepsilon_{\theta, tl}^p = \ln \left( 1 + \varepsilon_{\theta, nl} - \frac{\sigma_{\theta, n}}{E_{\theta, n}} \right) \quad (2)$$

$$\varepsilon_{\theta, tw}^p = \ln \left( 1 - \varepsilon_{\theta, mw} + \nu_{\theta} \frac{\sigma_{\theta, n}}{E_{\theta, n}} \right) \quad (3)$$

$$r_{\theta, testing} = -\frac{m_{\theta}}{1 + m_{\theta}} \quad (4)$$

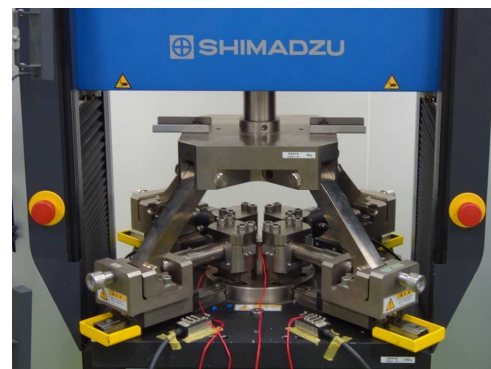


図1 二軸引張り試験システム

### 2.2 二軸引張り試験

二軸引張り試験は、JIS Z2257:2021 十字形試験片を用いる金属板材の二軸引張り試験方法に基づいて実施した。試験は、精密万能試験機 AGX-100kNV ((株) 島津製作所製) に二軸引張り試験システムを取り付けて実施した(図1)。試験は、0 度方向と 90 度方向の引張り比が 1:2、1:1、2:1 となる 3 パターンを実施した。試験からは、試験機の各軸に取り付けられたロードセルから得た荷重値を試験片の断面積で除して、軸ごとの公称応力  $\sigma_{\varphi, n}$  を取得した。ここで、 $\varphi$  は引張り比を示す。またひずみ値として、試験片に添付したひずみゲージの出力を、式(5)、(6)によりゲージ率  $K$  とブリッジ回路の非線形性を補正して取得した。なお、 $\varepsilon_{\varphi, n}$  は試験器から取得した公称ひずみ、 $\varepsilon'_{\varphi, n}$  はゲージ率を補正したひずみ、 $\varepsilon''_{\varphi, n}$  はブリッジ回路の非線形

性を補正したひずみである。これらの値から、式(7)、(8)により真応力  $\sigma_{\phi-t}$ 、対数ひずみ  $\varepsilon_{\phi-t}$  を軸ごとに算出した。さらに、式(9)により、塑性ひずみ  $\varepsilon_{\phi}^p$  を軸ごとに算出し、真応力—塑性ひずみ線図を作成した。なお、式(9)の  $E_{\phi}$  は、軸ごとの真応力—対数ひずみ線図における弾性域の傾きである。

$$\varepsilon'_{\phi-n} = \frac{2}{K} \times \varepsilon_{\phi-n} \quad (5)$$

$$\varepsilon''_{\phi-n} = \frac{1}{1 - \varepsilon'_{\phi-n}} \times \varepsilon'_{\phi-n} \quad (6)$$

$$\sigma_{\phi-t} = (\varepsilon''_{\phi-n} + 1) \sigma_{\phi-n} \quad (7)$$

$$\varepsilon_{\phi-t} = \ln(1 + \varepsilon''_{\phi-n}) \quad (8)$$

$$\varepsilon_{\phi}^p = \varepsilon_{\phi-t} - \frac{\sigma_{\phi-t}}{E_{\phi}} \quad (9)$$

### 2.3 降伏関数の適用

0度方向の単軸引張り試験結果から、塑性ひずみが  $3.692 \times 10^{-2}$  の時の塑性仕事を算出した。これと等価となる塑性仕事を得られる応力値を、0、45、90度の単軸引張り試験結果、および1:2、1:1、2:1の二軸引張り試験結果から取得し、0度方向の応力値で正規化した。また、正規化した応力値を  $\sigma_x/\sigma_0 - \sigma_y/\sigma_0$  空間にプロットした。なお、以降本研究では、 $x$  軸を0度方向、 $y$  軸を90度方向とする。さらに、二軸引張り試験結果からは、取得した応力値の時の  $x$ 、 $y$  軸各方向の塑性ひずみ増分も合わせて取得し、式(10)で  $r_{\phi-testing}$  を算出した。

$$r_{\phi-testing} = \frac{d\varepsilon_y^p}{d\varepsilon_x^p} \quad (10)$$

#### (1) Hillの二次降伏関数(応力値のみを対象)

$\sigma_x/\sigma_0 - \sigma_y/\sigma_0$  空間のプロットに対して、式(11)に示すHillの二次降伏関数のフィッティングを行った。式中の  $F$ 、 $G$ 、 $H$ 、 $L$ 、 $M$ 、 $N$  が降伏関数のパラメータとなるが、本研究では平面応力状態を仮定し、式(12)のように変形させ、パラメータ  $F$ 、 $G$ 、 $H$ 、 $N$  のみを求めた。フィッティングでは式(13)の最小化を行った。最小化は、Microsoft Excelのソルバー機能で実施した。

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\sigma_{yz}^2 + 2M\sigma_{zx}^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = 1 \quad (11)$$

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y)^2 + G(\sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2N\sigma_{xy}^2 = 1 \quad (12)$$

$$\min(F) = \min \sum \left[ \left\{ 2f(\sigma_{ij}) - 1 \right\}^2 \right] \quad (13)$$

#### (2) Hillの二次降伏関数(応力値と単軸引張り試験の $r$ 値を対象)

続いて、単軸および二軸引張り試験の応力値と、単軸引張り試験の  $r_{\theta-testing}$  値に対するフィッティングを行った。 $r$  値とHillの二次降伏関数のパラメータの関係は、式(14)~(16)のようになる<sup>5)</sup>。そこで、式(17)を最小化することで各パラメータを導出した。最小化は、Microsoft Excelのソルバー機能で実施した。

$$r_{0-theory} = \frac{H}{G} \quad (14)$$

$$r_{45-theory} = \frac{2N - F - G}{2(F + G)} \quad (15)$$

$$r_{90-theory} = \frac{H}{F} \quad (16)$$

$$\min(F) = \min \left\{ \sum \left[ \left\{ 2f(\sigma_{ij}) - 1 \right\}^2 \right] + \sum \left[ \left( \frac{r_{\theta-theory}}{r_{\theta-testing}} - 1 \right)^2 \right] \right\} \quad (17)$$

#### (3) Yld2000-2d(応力値と $r$ 値を対象)

Hillの二次降伏関数と同様に、Yld2000-2dのフィッティングも実施した。Yld2000-2dは式(18)で表現される。式中の  $\alpha_i$ 、 $M$  はパラメータである。Yld2000-2dの  $r$  値は、単軸引張り試験では式(19)で、二軸引張り試験では式(20)で計算される<sup>5)</sup>。なお、式(19)の  $\sigma_{\theta}$  は、単軸引張り試験の試験力から計算される応力、 $\sigma_x$  は0度方向、 $\sigma_y$  は90度方向の応力を示す。 $\theta$  は圧延方向からの角度、 $\phi$  は二軸引張り試験の引張り比を示す。これらの式と実験結果から、式(21)を最小化してパラメータを導出した。なお、本研究で使用した式(18)は  $M$  を偶数に限定しているため、パラメータ導出に当た

ては  $M$  を 6 で固定した。最小化は、Microsoft Excel のソルバー機能で実施した。

$$\begin{aligned} \phi &= \phi' + \phi'' = 2\bar{\sigma}^M \\ \phi' &= \left\{ \frac{1}{9} \left[ (2\alpha_1 + \alpha_2)\sigma_x + (-\alpha_1 - 2\alpha_2)\sigma_y \right]^2 + 4(\alpha_7\sigma_{xy})^2 \right\}^{M/2} \\ \phi'' &= \left[ \frac{3}{2}(A_1\sigma_x + A_2\sigma_y) - \frac{1}{2}\sqrt{(B_1\sigma_x + B_2\sigma_y)^2 + 4(\alpha_8\sigma_{xy})^2} \right]^M \\ &\quad + \left[ \frac{3}{2}(A_1\sigma_x + A_2\sigma_y) + \frac{1}{2}\sqrt{(B_1\sigma_x + B_2\sigma_y)^2 + 4(\alpha_8\sigma_{xy})^2} \right]^M \end{aligned} \quad (18)$$

$$A_1 = \frac{1}{9}(2\alpha_3 - 2\alpha_4 + 4\alpha_5 - \alpha_6)$$

$$A_2 = \frac{1}{9}(-\alpha_3 + 4\alpha_4 - 2\alpha_5 + 2\alpha_6)$$

$$B_1 = \frac{1}{9}(-6\alpha_3 + 6\alpha_4 + 12\alpha_5 - 3\alpha_6)$$

$$B_2 = \frac{1}{9}(3\alpha_3 - 12\alpha_4 - 6\alpha_5 + 6\alpha_6)$$

$$r_{\theta\_theory} = \frac{\frac{2M\bar{\sigma}^M}{\sigma_{\theta}}}{\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_x} + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_y}} - 1 \quad (19)$$

$$r_{\phi\_theory} = \frac{\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_y}}{\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_x}} \quad (20)$$

$$\min(F) = \min \left[ \sum \left( \frac{\phi}{2\bar{\sigma}^M} - 1 \right)^2 + \sum \left( \frac{r_{\theta(\phi)\_theory}}{r_{\theta(\phi)\_testing}} - 1 \right)^2 \right] \quad (21)$$

### 3 結果

#### 3.1 単軸引張り試験

単軸引張り試験から得られた真応力—塑性ひずみ線図を図 2 に、横軸を引張り方向の塑性ひずみ、横軸を幅方向の塑性ひずみとしたグラフを図 3 に、また図 3 の勾配に基づき、式(4)から得られた  $r$  値を表 1 に示す。

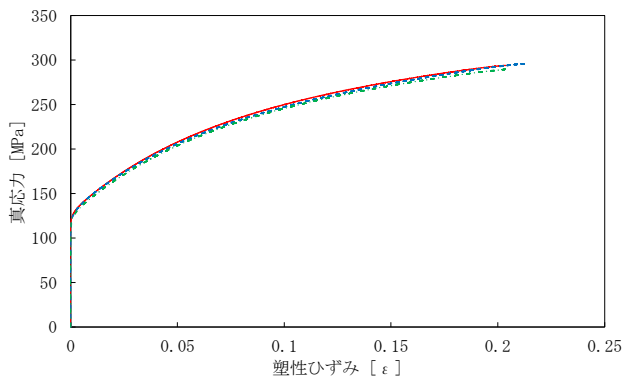


図 2 単軸引張り試験の真応力—塑性ひずみ線図

— 0度 — 45度 — 90度

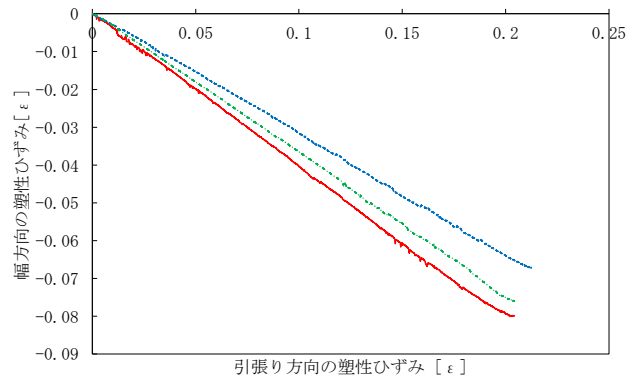


図 3 引張り方向と幅方向の塑性ひずみの関係

— 0度 — 45度 — 90度

表 1 各方向の  $r$  値

$r_{0\_testing}$	$r_{45\_testing}$	$r_{90\_testing}$
0.6743	0.4673	0.5896

#### 3.2 二軸引張り試験

二軸引張り試験の結果得られた真応力—塑性ひずみ線図を図 4～6 に示す。

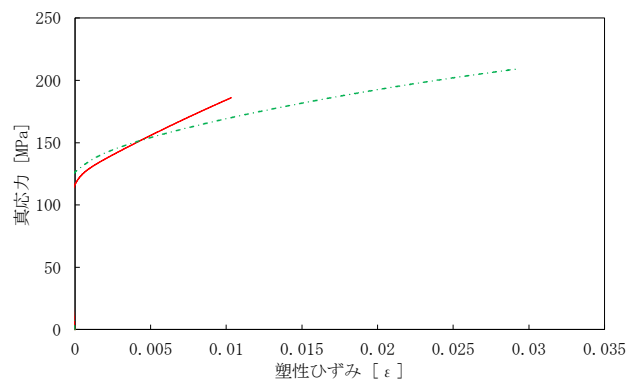


図 4 引張り比 1:2 の真応力—塑性ひずみ線図

— 0度 — 90度

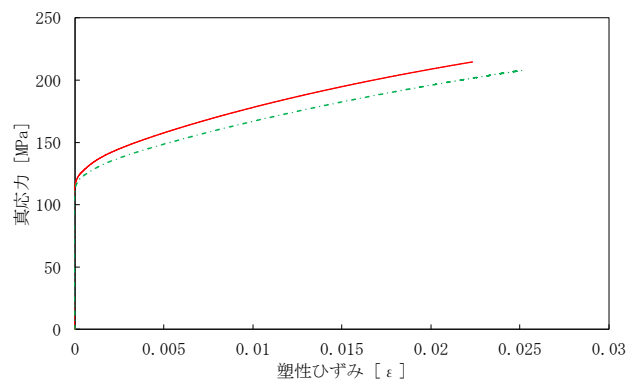


図 5 引張り比 1:1 の真応力—塑性ひずみ線図

— 0 degree — 90 degree

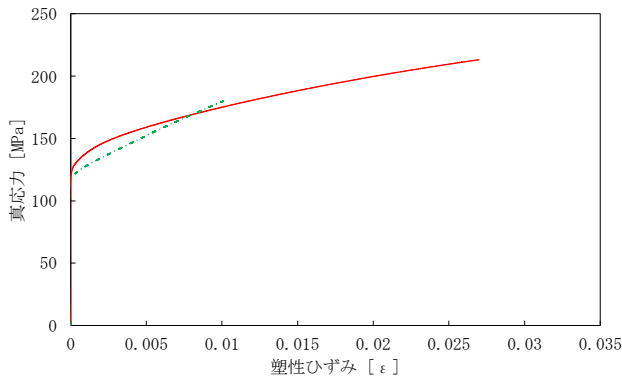


図6 引張り比 2:1 の真応力—塑性ひずみ線図

— 0度 - - 90度

表2 各試験から得た応力値

	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_{xy}$
0 度	1	0	0
45 度	0.5019	0.5019	0.5019
90 度	0	0.9848	0
0 度:90 度=1:2	0.9390	1.064	0
0 度:90 度=1:1	1.044	1.010	0
0 度:90 度=2:1	1.097	0.9205	0

### 3.3 降伏関数の適用

0 度方向の単軸引張り試験の塑性ひずみが  $3.692 \times 10^{-2}$  の時と塑性仕事等価となる単軸および二軸引張り試験の正規化された応力値を表2に、二軸引張り試験から得た  $r_{\theta}$  値を表3に示す。また、表2の応力値を  $\sigma_x/\sigma_0 - \sigma_y/\sigma_0$  空間にプロットした結果を図7に示す。さらに、「応力値のみ」をフィッティング対象とした Hill の降伏曲面を赤の実線で、「応力値と単軸引張り試験の  $r_{\theta}$  値」を対象とした降伏曲面を赤の破線で、Yld2000-2d に対して「応力値と単軸/二軸引張り試験の  $r_{\theta(\phi)}$  値」を対象とした降伏曲面を青の実線で示す。導出された各降伏曲面のパラメータを、表4、5に示す。

表3 二軸引張り試験から得た  $r_{\theta}$  testing 値

$r_{1:2\_testing}$	$r_{1:1\_testing}$	$r_{2:1\_testing}$
2.439	1.104	0.4282

表4 Hill のパラメータ

	F	G	H	N
応力値のみを対象	0.5002	0.4642	0.5335	1.502
応力値と単軸引張り試験の $r_{\theta}$ 値を対象	0.5712	0.5132	0.3561	0.6455

表5 Yld2000-2d のパラメータ

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
0.558	1.307	1.041	1.010	1.002	0.806	0.892	1.141
8					1	6	

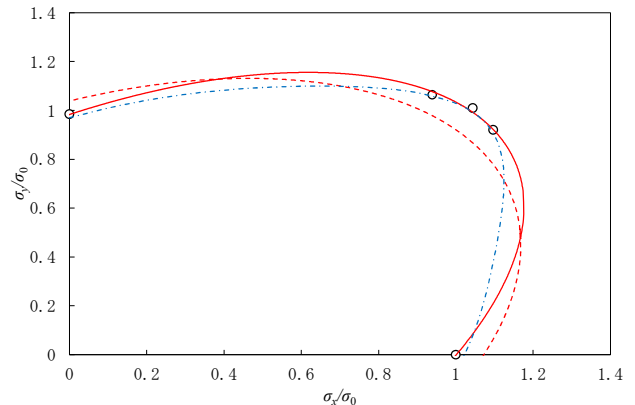


図7 試験結果とHillおよびYld2000-2dによるフィッティング

○ 応力値  
 — 応力値のみを対象としたHill  
 - - 応力値と単軸引張り試験の  $r_{\theta}$  値を対象としたHill  
 - - 応力値と単軸・二軸引張り試験の  $r_{\theta}$  値を対象としたYld2000-2d

### 4 考察

まず、単軸引張り試験について議論する。本研究で実施した単軸引張り試験から述べられることは少ないが、実施した手順により降伏関数のパラメータ導出に必要なデータを取得できることは示せたと考える。

続いて、二軸引張り試験について議論する。本研究では引張り比を 1:2、1:1、2:1 の3パターンで実施した。これらの結果を  $\sigma_x/\sigma_0 - \sigma_y/\sigma_0$  空間にプロットした結果（図7）を見ると、 $\sigma_x/\sigma_0 = \sigma_y/\sigma_0 = 1$  付近に集中していることがわかる。1:2 や 2:1 の結果は、1:1 の結果と単軸引張り試験の結果の中間あたりにプロットされることを期待していたが、異なる結果となった。これは、本研究で使用した二軸引張り試験システムは、ストローク比制御であり、桑原<sup>6)</sup>らが使用している応力比制御のサーボ制御式二軸引張り試験機と制御方法が大きく異なることに由来すると考える。参考として、図8に本研究で実施した二軸引張り試験の応力比グラフを示す。応力値が75~100 MPa程度までは、1:2 および 2:1 は 1:1 から離れていく傾向を示しているが、それ以降 1:1 に近づく挙動を示す非線形性の挙動を示している。この挙動により、プロット

が 1:1 周辺に集中してしまっただと考える。降伏関数のフィッティングに当たっては、試験結果を降伏曲面のできるだけ広範囲に取得することが望ましく、図 7 のように特定の領域にだけ試験結果が集中するのは望ましくない。従って、1:2 や 2:1 の試験結果取得より、1:1 と単軸引張り試験の結果の中間のデータを取得する方法を検討する必要がある。

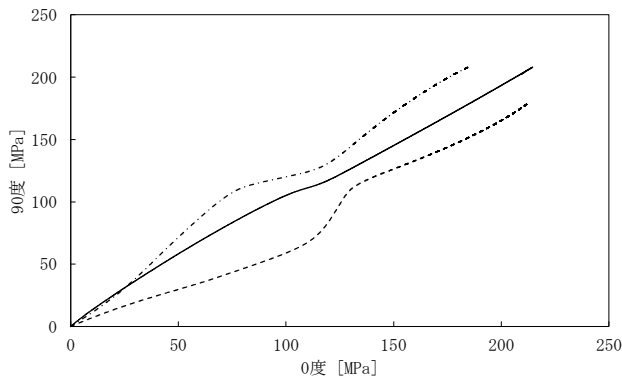


図 8 二軸引張り試験の応力比

--0° : 90° =1:2    —0° : 90° =1:1    ---0° : 90° =2:1

最後に、導出した降伏曲面について考える。本研究では、Hill の二次降伏関数を、試験結果の「応力値のみ」に対してと、「応力値と単軸引張り試験の  $r$  値」に対してフィッティングした(図 7)。その結果、「応力値のみ」の時は、各プロット上を通る降伏曲面を構築することができたが、 $r$  値、すなわち降伏曲面の法線方向のデータを対象に加えるとプロットから離れてしまった。プレス成形シミュレーションでは、この降伏曲面の法線方向が重要になってくることから、Hill の二次降伏関数ではアルミ材 A6005 の変形挙動を良好に再現できないといえる。これに対して Yld2000-2d では、応力値と単軸/二軸引張り試験の  $r$  値に対してフィッティングを行い、プロット上を通る降伏曲面が構築できていることから、Hill の二次降伏関数より良好なフィッティングができていると判断できる。

## 5 まとめ

本研究では、自動車のボディに使われるアルミ材 A6005 に対して単軸および二軸引張り試験を実施し、試験結果からの降伏曲面導出を試みた。得

られた結果をまとめると以下ようになる。

- 本研究が示した手順により、Hill の二次降伏関数と Yld2000-2d の降伏曲面が導出可能。
- アルミ材 A6005 に対しては、Hill の二次降伏関数より Yld2000-2d の方が試験結果を良好に再現できる。

## 参考文献

- 1) 静岡経済研究所：自動車の電動化が県内自動車産業に与える影響，静岡経済研究所 NEWS RELEASE (2017) .
- 2) 経済産業省：2019 年工業統計調査 (2020.8.7 公表)
- 3) Hill R.: A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 193(1033), 281-297 (1948).
- 4) Barlat F.: Plane stress yield function for aluminum alloy sheets?part 1: theory, International Journal of Plasticity, 19(9), 1297-1319 (2003).
- 5) 日本塑性加工学会：第 8 章異方性降伏関数，「静的解法 FEM 板成形」，初版 ((株) コロナ社，東京)，pp. 172-203 (2004).
- 6) Kuwabara T.: Measurement and analysis of yield locus and work hardening characteristics of steel sheets with different  $r$ -values, Acta Materialia, 50(14), 3717-3729 (2002).